

# 20. 減速機軸斷裂的分析探討

蔡國忠 教授  
國立宜蘭大學 機械與機電工程系所

## 摘要

本文之目的在探討如何利用有限元素法對行星式齒輪減速機做適切的模擬分析，來預估行星式齒輪減速機之旋轉軸的斷裂點，並配合實際情況將旋轉軸加長，求出在各段施力點所能承受的最大外力，以避免施力過大造成旋轉軸斷裂。

關鍵詞：減速機、有限元素法、軸斷裂。

## 一、前言

### 1.1 行星式齒輪減速機的特點

行星式齒輪的傳動原理，其動力係由馬達端輸入至太陽輪，而太陽輪將驅動保持於行星臂架上的行星輪，而行星輪除了繞本身軸線自轉外，亦驅動行星臂架繞傳動系統的中心轉動。再由減速比方程式：

$$GR = \frac{\omega_s}{\omega_c} = 1 + \frac{Z_R}{Z_S}$$

上式中：

GR：減速比

$\omega_s$ ：太陽輪的角速度

$\omega_c$ ：內齒輪角速度

ZR：內齒輪環的齒數

ZS：太陽輪的齒數

至於旋轉軸的扭轉剛性可依據工程力學的原理，由下面的計算可以得到：

$$\varphi = \frac{T}{GJ} \rightarrow \frac{T}{\varphi} = GJ$$

上式中：

$\varphi$ ：角變形

T：扭矩

G：剪力彈性模數

J：極慣性矩

而嚙合齒面因負載所產生的撓曲和壓縮變形則是利用之齒輪解析力學的理论予以計算之。

在自動化應用領域的製程通常需要日以繼夜的24小時連續運轉，所以相較於一般通用的齒輪減速機，伺服齒輪減速機更需要有可靠度高而且長時間免保養的使用壽命。因此，選用較大規格尺寸的軸承，除了可提高使用壽命外，並且能增加減速機剛性和精度。

另外，在效率方面，行星式齒輪減速機因為發熱量少、熱變形量小和摩擦低等特性，使得它的效率能維持在96%以上，而這項特點在自動化領域上，代表著將不用花費昂貴的伺服馬達和控制器來彌補傳統齒輪減速機

所產生的功率損失，大大地節省成本開銷。

最後在噪音值方面，一般齒輪減速機的噪音主要來自於齒輪對嚙合時，在嚙入和嚙出時的不連續接觸所產生；所以，齒形幾何上的製造誤差、負荷所導致的撓區變形以及齒輪箱結構件被激發所產生的共振響應等，而行星式齒輪減速機在這些方面均做了改進，使得噪音降到最低。

### 1.2 行星式齒輪減速機的設計

因為行星式齒輪減速機具有上述幾項優勢，所以未來減速機的發展將朝著行星式齒輪減速機前進，以目前研究發展的方向大致分為三大類：齒輪的壽命與最佳化設計、旋轉軸的強度分析和減速機箱體結構設計。

在齒輪的設計方面，一般採用齒形轉位(Shifting)的方法來製造轉位齒輪(Shifted Gears)，以減少或避免過切的現象發生。所謂之轉位齒輪乃指齒輪在切削時，故意將刀具的基準節線(或稱中心線)挪離出切削齒輪之基準圓(Base Circle)[1]，因此可以利用標準的切齒工具達到下述目的：

1. 防止齒數少的齒輪產生過切的問題；
2. 最成非一般標準中心距離嚙合的齒輪；
3. 使齒厚適當而讓互相嚙合之兩齒其強度相等或相近；
4. 減少噪音或閉入量(針對齒輪幫浦)，使接觸率成適當大小；
5. 使滑動率成適當大小[2]。

根據小齒數螺旋齒輪的齒形數學模式，進行齒形過切的問題探討，並且利用電腦輔助設計、模擬與分析，對小齒數螺旋齒輪進行齒形部分修整[3]，以避免齒形過切區域的產生。

齒輪斷裂和齒面疲勞為設計齒輪最需關切的問題，齒面疲勞是齒面局部剪應力過高，隨著應力循環次數增加，齒輪將因疲勞產生點蝕破壞。在單齒對嚙合區內，負載往往會由該齒對承擔；在雙齒對嚙合區內，負載分配到兩齒對之上，但並不會平均分部。因此利用材料力學的方法來求解雙齒對的嚙合情形，再利用有限元素分析軟體ANSYS模擬齒輪受作用力後之應力及應變[4]，模擬齒輪經一反覆力之長期週次的循環後，材料會有疲勞效應的產生，如此一來，齒輪未達材料極限應力值就會提前破裂；在齒輪運轉時，作用在齒面上的力會不斷的移動，隨著時間的改變，齒面上每一點的應力及剪力也會隨著時間而不同，繪出每一點的應力-時間及剪力-時間曲線，再利用材料之疲勞特性及損傷力學的理论去評估及預測齒輪之壽命，來精確模擬真實的齒輪破壞之數值解。此外，齒輪可能因磁力的問題，對扭矩產生影響[10]，但僅在小作用力情況下才考慮，一般情況因施力造成的扭矩均不考慮磁力問題。

在旋轉軸的強度分析方面，行星式齒輪減速機須考量行星臂架所能承受的最大應力和疲勞所產生的破壞。行星臂架所能承受的最大應力方面，必須考量支撐軸上的零件、傳遞運動和動力的關鍵部件，利用AutoCAD軟體[5]，探討減速機齒輪軸CAD中的關鍵問題，提出減速機軸的力學模型和結構特徵，使軸設計中的強度計算、結構設計及繪圖連成一體。

減速機旋轉軸的強度設計不是孤立進行的，是在結構設計的基礎上展開的。減速機旋轉軸的結構設計主要是用來確定軸的合理外形(軸各段直徑及長度)和軸的全部結構尺寸。軸的結構設計應滿足：軸及軸上零件能固定牢靠，定位準確；軸上零件應裝拆和調整方便；軸應具有良好的加工性；盡量減小應力集中；軸受力合理，節省材料和減輕重量等。

### 1.3 行星式齒輪減速機的軸斷裂分析

軸斷裂發生的情形應是在應力集中條件下承受對稱旋轉彎曲荷載作用[6]，產生疲勞斷裂。造成疲勞斷裂的原因是由於熱處理加工不合理，致使材料力學性能未達到設計要求，導致軸的疲勞抗力降低，加上工作時產生應力集中，加速了軸的疲勞斷裂。再利用金相顯微鏡來觀察斷裂口的斷裂紋路，來判斷是否為疲勞破壞所造成。從而發現軸在承受旋轉彎曲應力的作用下，由於軸的表面硬度較低，加上旋轉軸應力集中，使軸在正常工作應力下在旋轉軸處過早的產生疲勞裂紋，隨著循環荷載的作用，疲勞裂紋不斷向基體內擴展，致使軸的有效承載尺寸減少，並產生彎曲，導致軸的斷裂[7]。

材料的降伏強度亦會影響軸斷裂的發生率[8]，降伏強度低的材料在經過一反覆不斷的作用力後，疲勞破壞區會不斷的增大，使得疲勞斷裂的機率增加，若再加上應力集中等因素，便會造成旋轉軸提早斷裂。最後再結合有限元素法來比對前面所得到的數據是否一致。在模擬分析時，考量到減速機各元件的接觸問題，所以在元件與元件接觸的地方加入接觸元素[9]，使減速機受力情形與實際情況更接近，讓模擬結果與實際狀況的差異縮小，達到改善模擬適切性的目的。

最後減速機的整體設計，若能符合ISO的標準，不論是軸承的設計[11]或是齒輪的設計[12]，對減速機整體的壽命將會有很大的提升；對於軸承的材料選擇，一般來說以碳鋼為對象，但是碳鋼的種類眾多，在減速機的工作環境下，必須考量軸承的耐腐蝕性良好，以避免生鏽造成軸承比預期的壽命還早產生斷裂，然後再考慮硬度與能疲勞破壞等因素，以SAE 8620系列的鋼材推薦為適合軸的製造[13]。

## 二、有限元素分析

因為行星式齒輪檢肅機的結構複雜，未避免模型太過複雜導致電腦分析上的困難，因此第一步需要先簡化模型，以利電腦的求解分析。

### 2.1 模型的建立

首先依照設計圖建出一個完整的行星式齒輪減速機的模型，因為是分析減速機旋轉軸的受力情形，因此將

齒輪部份省略，以利於往後對邊界條件上的設定。在施力的部份以皮帶來動旋轉軸傳動，因為旋轉軸傳動的時候，皮帶真正受力情況只有半邊有與旋轉軸接觸受力，因此皮帶僅以半邊的型態來表示以簡化模型，如圖1所示

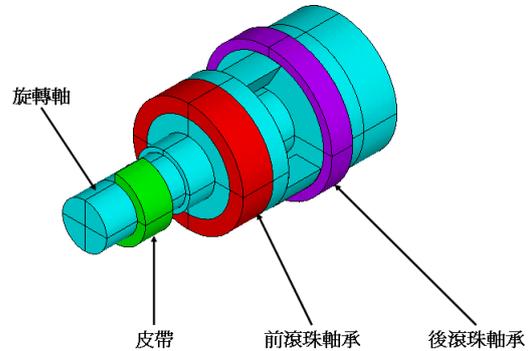


圖1 減速機的基本模型架構

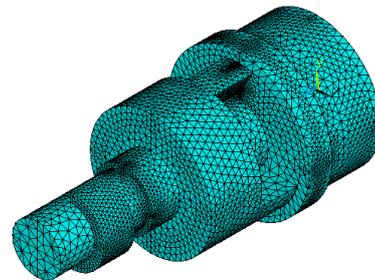


圖2 模型經過網格化處理後

而在各元件接觸間，則加入接觸元素，才能使得施加的邊界條件得以傳遞到旋轉軸上。

### 2.2 材料參數與邊界條件設定

減速機的材料是採用SUS416的不鏽鋼，在加工上有最好的易切性能，因為SUS41X系列的不鏽鋼是屬於麻田散鐵系，一般的資料上並無明確記載SUS416的各種材料係數，因此採用SUS410的數據來作本分析的材料依據。減速機傳動的方式是藉由皮帶來帶動整根旋轉軸旋轉，皮帶的材料係數則採用橡膠材料性質。在設定模型材料時，是假設材料性質為均質且等向性，各元件材料係數如表1所示

表1 模擬時各元件材料係數

元件類別	材料類別	楊氏係數	蒲松比	降伏強度
減速機主體	SUS416 不鏽鋼	216 GPa	0.33	343 MPa
皮帶	橡膠	5080 MPa	0.2	

在邊界條件設定上，施力部分主要是施加外力在皮帶上，在挾持部份主要是在滾珠軸承外邊加以固定，而滾珠軸承本身是由內環、外環以及滾珠元件所構成，如圖3所示

雖然是在滾珠軸承外邊加以固定，但是真正的固定點則是在滾珠上，因此以滾珠軸承上的各滾珠為此分析時的真正固定點，如圖4所示

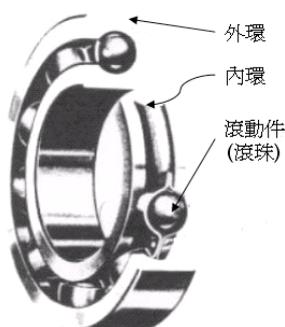


圖3 滾珠軸承實體型態

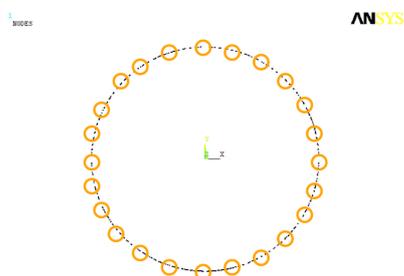


圖4 滾珠軸承外邊施以固定的型態

所有固定點為x、y、z三方向均固定不動。

在施力部分，在皮帶上施以-x方向的分佈力，施力的大小則由小到大逐步調整，直到旋轉軸的最大應力接近降伏強度為止。

#### 分析結果與討論

分別以軸直徑為13mm、16mm、32mm、40mm、75mm等，5組不同大小的模型經由ANSYS後處理求解分析，可以發現最大應力值出現的位置，大致上皆位於行星齒輪與旋轉軸接觸的前端。因為各尺寸的行星式齒輪減速機其構造有些許的不同，因此在軸上出現的最大應力值位置並不是完全相同。

圖5為軸直徑13mm的行星式齒輪減速機的應力分布圖，施力大小為3400N，最大應力值為345MPa，即已超過降伏強度，位置約莫在行星齒輪的前端。

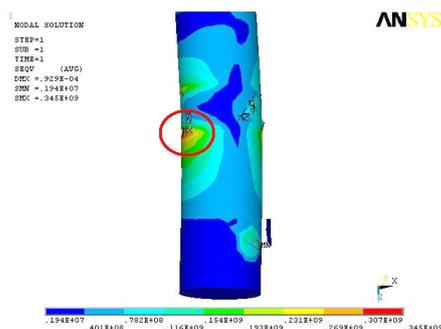


圖5 軸直徑13mm的應力分布圖

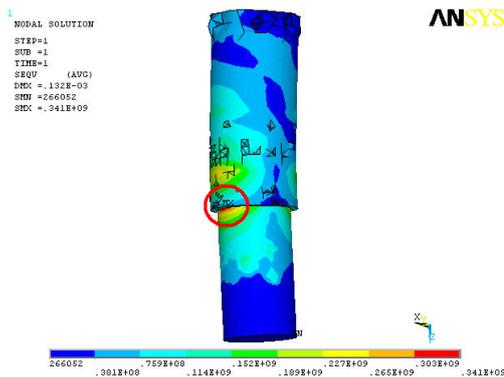


圖6 軸直徑16mm的應力分布圖

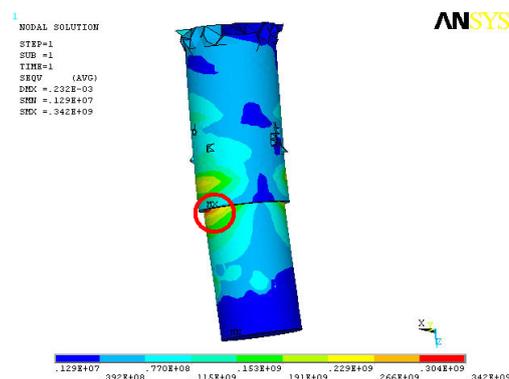


圖7 軸直徑32mm的應力分

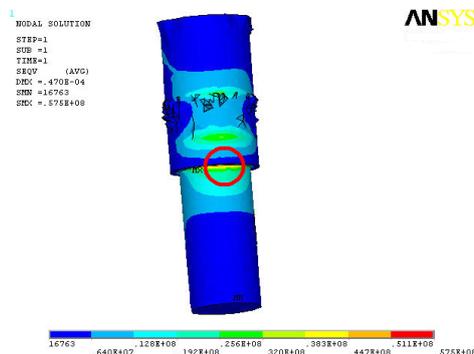


圖8 軸直徑40mm的應力分布圖

圖6為軸直徑16mm的行星式齒輪減速機的應力分布圖，施力大小為7500N，最大應力值為341MPa，尚未超過降伏強度，但也快接近了。從這個模型開始，旋轉軸中段後的直徑將比前段大了一些，因為這樣的設計，使得軸直徑變化的地方產生應力集中現象，最大應力值的位置便發生在此。

圖7為直徑32mm的行星式齒輪減速機的應力分布圖，施力大小為25500N，最大應力值為342MPa，已即將接近降伏強度343MPa，而出現位置則在軸直徑改變的地方，推測也是因為是直徑產生改變，在此產生應力集中現象。

圖8為直徑40mm的行星式齒輪減速機的應力分布圖，施力大小為50000N，最大應力值為575MPa，出現最大應力值的位置和上一張圖一樣，都是在軸直徑突然產生變化的地方，推測此處也是因為應力集中所造成的現象。

圖9為直徑75mm的行星式齒輪減速機的應力分布圖，施力大小為98000N，最大應力值為342MPa，因為此模型的軸直徑比起其面幾個要大上許多，所以能承受的最大外力也大上許多，而此模型最大應力值發生的地方並不像前面幾個模型是在軸直徑突然產生變化的地方，推測是因為此模型兩段軸直徑的變化幅度不大，所以在軸直徑變化點不致產生應力集中現象，而使得最大應力值出現位置在行星齒輪與軸接觸的後面，這與實際狀況中斷裂點在行星齒輪與軸接觸的前面，位置上有點不太一樣，但是相距不遠。

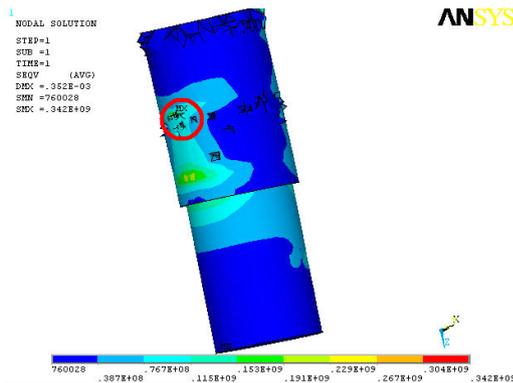


圖9 軸直徑75mm的應力分布圖

### 2.4 與實際軸破壞比較

行星式齒輪減速機因施力過大，造成的實際斷裂點(如圖10)與軸直徑13mm分析出來的結果，其最大應力值出現點，完全吻合。因為力量藉由皮帶傳遞到旋轉軸上，而旋轉軸受到前後兩個滾珠軸承的束縛，使得旋轉軸後段在x方向的自由度被限制，因此在前滾珠軸承附近產生應力集中現象，再因為皮帶不斷地傳動施力，反覆作用的結果產生疲勞破壞，前滾珠軸承正是行星齒輪與旋轉軸接觸點的前端，而實際斷裂點是在行星齒輪和旋轉軸接觸的前端，這與分析的結果是相當接近的。由於這是只含旋轉軸、滾珠軸承以及皮帶，三者間彼此的受力情況，並不考慮行星齒輪與旋轉軸之間的作用力，因此分析時所施加的外力與實際上旋轉軸所能承受的最大外力，可能會有些許出入，但是最大應力值發生點的位置則是不會改變。

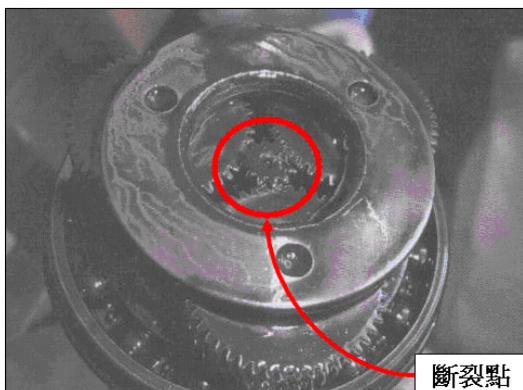


圖10 行星式齒輪減速機實際斷裂點

## 三、結論

由以上的分析，可以發現在直徑13mm、16mm、32mm和40mm這四組模型分析出來結果，其最大應力值發生的地方，與實際上行星式齒輪減速機旋轉軸的斷裂點，幾乎是一致的，大多都是因為應力集中的環境下，因不斷的反覆作用產生疲勞破壞造成軸的斷裂，與有限元素法分析出來的結果相當接近。