

## 8. 光學應變規量測系統之開發

謝宏榮  
中華科技大學 機械工程系副教授

### 摘要

本研究使用自製之單狹縫配合雷射架構與影像擷取方法做結合，做為光學應變規量測系統，並建立一套較精準之量測方法。其儀器操作與架設儀器都相當容易，跟一般量測亮紋之量具做比較也可求得更精準之數據，因此由影像擷取系統所量測之結果比一般量具更為精確，且所擷取之影像亦比肉眼觀察的更清晰、更準確，誤差範圍自然也相對的縮小。本研究利用影像擷取系統所量測之中央亮紋，找出狹縫間距變化與中央亮紋的關係，成功建立回歸曲線公式，並計算狹縫間距的誤差值是否在容許的範圍內。

關鍵詞：單狹縫、雷射、影像擷取

### Abstract

A customized optical strain gauge built on single slit diffraction theory is to cooperate with image capturing system and a precious measurement method will be done. The accuracy of image capturing system is much better than the traditional ruler by naked eye. Thanks to digital image processing, the length of the zero order fringe will be obtained by CCD and to create a regression curve with the result followed by various specimens with different widths of the slits. We can define a correction if the tolerance is within the standard.

Keywords: single slit, laser, image capturing

### 一、前言

在一般量測方法上，當量測結構受負載於某特定位置上的應力值大小時，最直接的方式是在該區黏貼應變規，由應變規所測得的應變量再換算成應力數值，整個量測程序可分成三個部份，第一部份為應變規的黏貼，第二部份為應變規所得數值的擷取工作，第三部份則為數值轉換。由於傳統的應變規必須經過上述層層步驟後才可得知材料之應變量，操作上較為複雜，而目前利用之單狹縫繞射已普遍應用於如光譜儀、微細外徑量測等方面，使用效果廣獲外界肯定，尤其是自半導體雷射普及後，

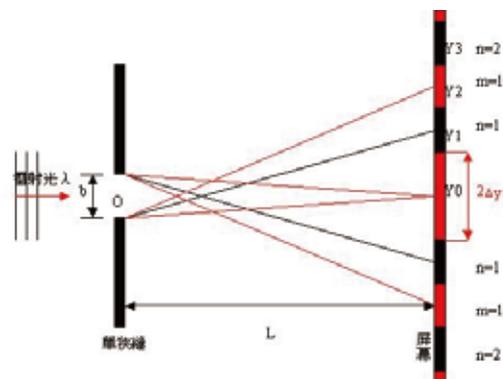
由於其價格相當低廉且品質穩定，因此引發了許多的光學應變規的發展，Tuckerman光學應變規即是其中一種簡易優良的光學應變規。

光學應變規的製作與架設非常容易，只需簡易的材料包括刀片組與刀片欲黏貼之材料，即可形成一微小縫隙，再搭配雷射系統可放大觀察雷射光對單狹縫所造成的繞射條紋，不需要昂貴的設備及儀器就可做簡易的繞射觀察實驗。本研究採用影像擷取系統(CCD Sensor System)來擷取單狹縫所繞射之中央亮紋及次亮紋，藉以增加準確性及可靠性，因影像擷取系統所擷取為黑白影像，在螢幕上所呈現亮暗紋黑白對比十分明顯，故無亮紋末端散色之問題，且操作環境亮度對其所量測之影響很小，因此可克服操作場地與時間選擇之限制。

### 二、原理

當光通過單狹縫時，縫隙愈窄則光線就會愈向兩旁擴張。一平行光源通過狹縫時所產生的繞射現象稱為佛朗荷夫(Fraunhofer)繞射，而非平行光源通過狹縫時所產生的繞射現象我們稱為菲涅耳(Fresnel)繞射。繞射現象的產生我們可依據海更士原理(即波前上的每個點，可被當作二次子波的起始點)來解釋。其原理如下：

設狹縫的寬度為 $b$ 、中心點為 $O$ 、雷射波長為 $\lambda$ 、狹縫至屏幕的距離為 $L$ 、亮紋為 $m$ 、暗紋為 $n$ ，將狹縫口均分成數點，如圖一所示。 $Y_0$ 點光程差為零，稱為中央亮區或中央亮紋。

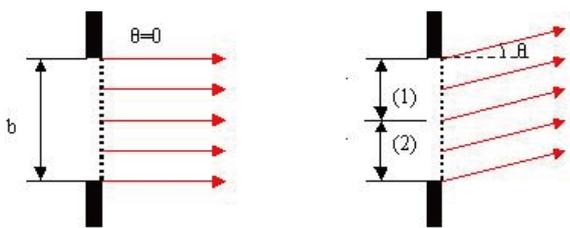


圖一 單狹縫繞射原理

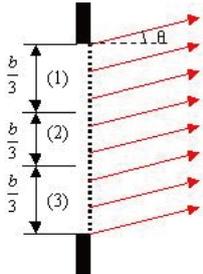
如果將狹縫口由中心點 $O$ 做分隔分為上半部與下半部兩區，若 $Y_1$ 點至狹縫底端的距離比到狹縫頂端的距離大一波長 $\lambda$ ，亦就是說 $Y_1$ 點到狹縫底端的距離，

比Y1點到O點的距離大半個波長 $\lambda/2$ ，所以狹縫底端發出的二次子波與由O點發出的二次子波，在Y1點的光程差為 $\lambda/2$ ，干涉結果強度為零。同理狹縫底端以上第一點和O點以上第一點的光程差也為半波長，故在Y1點其強度亦為零。如此，兩兩相對相消，整個狹縫的二次子波在Y1點皆干涉為零，因此Y1點為第一暗紋。如將狹縫口均分為三段，而Y2點至狹縫上、下兩端點的光程差是 $3/2\lambda$ ，則兩段干涉為零，另一段的效果是強度相加，故Y2點為第一亮紋。依此類推，我們將狹縫寬分為四段，Y3點至狹縫頂、底兩端的光程為2倍波長，則可知全部效應又干涉為零，所以Y3點亦為第二暗紋。如此可分析出：

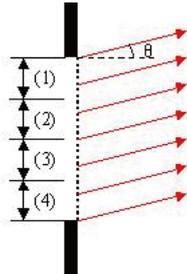
1. 當 $\theta = 0$ 時，如圖二所示。光線到達屏幕時皆為同相，產生建設性干涉，為中央亮紋。
2. 當 $\frac{b}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$ 時，如圖三所示。狹縫上半區(1)與狹縫下半區(2)的光線到達屏幕時，產生破壞性干涉，形成第一暗紋。
3. 當 $\frac{b}{3}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$ 時，如圖四所示。由狹縫頂端算起第(1)區與第(2)區的光線到達屏幕時互相抵消，因此由狹縫頂端算起的第(3)區產生亮紋。
4. 當 $\frac{b}{4}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$ 時，如圖五所示。由狹縫頂端算起第(1)區與第(2)區的光線以及第(3)區與第(4)區的光線到達屏幕時兩兩各自互相抵消，形成第二暗紋。



圖二 建設性干涉，產生中間亮紋



圖三 (1)(2)區的光線配對消失，產生第一暗紋



圖四 (1)(2)區的光線配對消失，留下第(3)區光線，產生第一亮紋

圖五 (1)(2)區與(3)(4)區的光線配對消失，產生第二暗紋

由以上可知產生明暗條紋可由公式導出：  
產生第n條暗紋時，

$$b \sin\theta = n\lambda \quad \text{其中 } n=1, 2, 3, \dots$$

產生第m條亮紋時，

$$b \sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad \text{其中 } m=1, 2, 3, \dots$$

產生中央亮紋時， $b \sin\theta = 0$

假設亮紋或暗紋與中央亮紋之間距離為 $Y_n$ ，並且假設 $\theta$ 角很小，則

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{Y_n}{L}$$

$$b \frac{Y_n}{L} = n\lambda \quad \text{或} \quad b \frac{Y_n}{L} = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

### 三、研究方法及材料

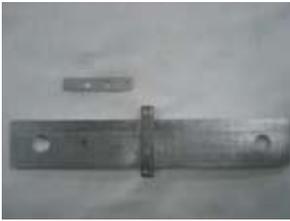
#### 單狹縫實驗所需材料與設備

1. 雷射：二極體綠光 Pumping 雷射，100mW，波長532nm、
2. 氦氖紅光雷射，15mW，波長632.8 nm。
3. 黏貼刀片材料。
4. 刀片組：選擇刀鋒銳利且近似平行為佳。
5. 白板筆或筆。
6. 屏幕。
7. A4紙張。
8. 黏著劑。
9. 電子顯微鏡。
10. 捲尺、尺。
11. 光學麵包板及固定支架。
12. CCD Sensor System (影像擷取系統)。
13. 描圖紙。

#### 單狹縫之製作

用兩片鋒利且平行的刀片黏貼在一材料上形成單狹縫，材料在黏貼刀片組時表面要先處理，以方便刀片黏貼時之穩定性與正確性，在用黏結劑將刀片黏於材料上形成一微小縫隙，其方法是先將一片刀片黏貼在材料上，等黏結劑乾了並確定第一片刀片固定不會脫落之後再黏第二片刀片，這樣在黏第二片刀片時比較容易控制隙縫之大小，如圖六(a)(b)所示為刀片組黏貼之流程，其隙縫越小繞射現象越顯著，反之，隙縫越大繞射時只能看到幾何形狀或是條紋貼的很近無法分辨其亮紋與暗紋，而兩刀片需要在黏貼在同一高度，應特別注意的是刀片十分地薄且軟所以黏貼時很容易變形彎曲，所以為了避免刀片彎曲而產生高低落差，黏貼時應特別注意，

不要施加太大的力量在刀片兩端上，以防止刀片變形而形成兩刀片有高低落差。

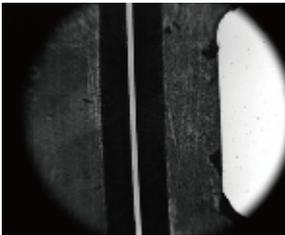


圖六(a) 刀片之黏貼

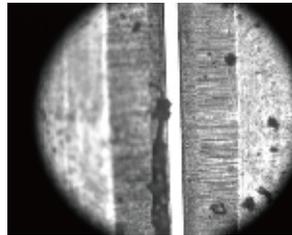


圖六(b) 單狹縫之成品

在兩刀片間的空隙為**b**(縫隙之寬度)，**b**為一極小距離，但必需比雷射波長還要大，再利用電子顯微鏡觀測，如圖七(a)(b)(c)(d)(e)(f)所示量出間隙尺寸，一般狹縫間距常設計成數十微米大小為佳。



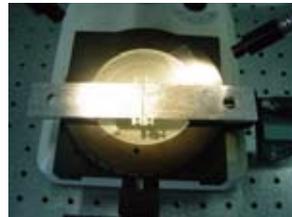
圖七(a) 電子顯微鏡(一)



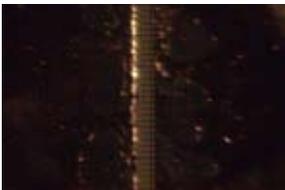
圖七(b) 電子顯微鏡(二)



圖七(c) 電子顯微鏡(三)



圖七(d) 電子顯微鏡(四)



圖七(e) 電子顯微鏡(五)



圖七(f) 電子顯微鏡(六)

### 實驗之架設與CCD Sensor System (影像擷取系統)擺設

將準備好之材料架設在光學麵包版的支架上，而雷射使用磁力座吸附在光學麵包板上，將雷射高度調至與狹縫成水平狀態再用水平儀量測控制雷射之水平度，而雷射光需照射在黏貼之兩刀片的刀鋒之間，如果是功率可調式之雷射應從小功率開始對

準，因刀片反射之雷射光對眼睛傷害不可忽略，等雷射光照於刀片組之兩刀鋒之間之後，再將雷射功率轉強至適當強度(可清晰看到條紋)，而繞射條紋照射在描圖紙上，其描圖紙擺設在光學麵包版前方，為了改善量測時的人為誤差產生以及減少對眼睛的傷害，採用CCD Sensor System (影像擷取系統)，將鏡頭放置在描圖紙後方，改用直接擷取描圖紙上產生可見的中央亮紋，而非中央亮紋與第一亮紋的中點，其目的是為了減少誤差以及方便擷取，CCD Sensor System與光學應變規實際架設如圖八(a)(b)所示，CCD Sensor System原理示意圖，如圖九(a)(b)所示。

CCD Sensor System轉換實際距離之公式

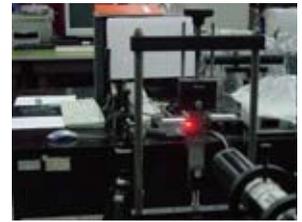
$$H = h \times \left(\frac{D}{f}\right)$$

$$V = v \times \left(\frac{D}{f}\right)$$

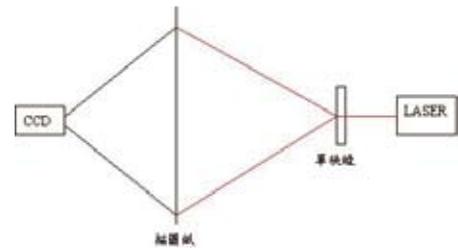
其中**H**為實際橫向尺寸、**V**為實際縱向尺寸、**h**為CCD Sensor System橫向尺寸、**v**為CCD Sensor System縱向尺寸、**f**為焦距、**D**為透鏡組至描圖紙距離。



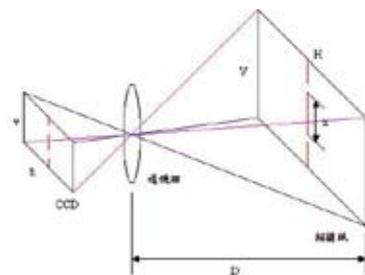
圖八(a) CCD SENSOR SYSTEM (影像擷取系統)



圖八(b) CCD SENSOR SYSTEM (影像擷取系統)



圖九(a) 影像擷取系統 (一)



圖九(b) 影像擷取系統 (二)

#### 四、實驗結果

利用繞射條紋算出狹縫間距時，為了減少角度的影響，本研究取中央亮紋中點與第一暗紋中點或者是第一亮紋中點，即：

$$b = \frac{L\lambda}{Y} \quad \text{and} \quad b = \frac{3}{2} \times \frac{L\lambda}{Y}$$

故產生中央亮紋中線與條紋距離 $y$ 之公式：

產生第 $n$ 條暗紋時，

$$y = n \frac{L\lambda}{b}, \quad \text{其中} n=1, 2, 3, \dots$$

產生第 $m$ 條亮紋時，

$$y = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{L\lambda}{b}, \quad \text{其中} m=1, 2, 3, \dots$$

產生中央亮紋時， $y = 0$

而中央亮紋之寬度 $W$ 為兩旁第一暗紋之距離，即

$$W = 2y_1 = 2 \times \frac{L\lambda}{b}$$

利用九組已知縫隙寬度，以雷射照射產生繞射圖案，利用CCD Sensor System取得綠光雷射與紅光雷射之中央亮紋的長度( $x$ )、數據如表一所示。

表一 CCD擷取不同縫寬中央亮紋( $x$ )之數據

屏幕距離 $L=1\text{m}$	狹縫寬 $b$ (mm)	綠光雷射中 央亮紋(mm)	紅光雷射中 央亮紋(mm)
(1)	0.032	32.86	40.06
(2)	0.038	31.81	39.01
(3)	0.043	23.00	25.89
(4)	0.045	20.43	24.15
(5)	0.066	14.16	18.57
(6)	0.073	13.81	15.44
(7)	0.076	12.77	15.09
(8)	0.088	9.05	10.79
(9)	0.159	5.92	7.19

利用這九組試片照射綠光雷射與紅光雷射建立回歸分析取得公式，再使用三組縫隙寬度與之前九組縫隙寬度不同之試片量測中央亮紋長度( $x$ )套入回歸公式比較狹縫之誤差值，應注意的是建立回歸曲線之九組試片與驗證公式的三組試片，其狹縫至描圖紙的距離需相同，在此距離設為1m，如要變更距離需重新建立回歸曲線，誤差值如表二所示，誤差範圍均在10%以內。回歸分析公式整理如下：

綠光雷射  $b = -0.064\ln(x) + 0.2461 \quad r^2 = 0.8739$   
 紅光雷射  $b = -0.0635\ln(x) + 0.2559 \quad r^2 = 0.8606$   
 其中 $b$ 為狹縫間距、 $x$ 為中央亮紋所量測之距離。

表二 對數回歸計算狹縫之誤差值

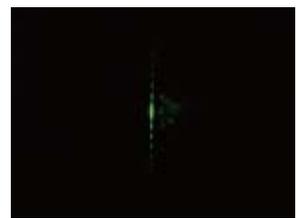
	實際值 $b$	計算值 $b$	誤差
綠光雷射	0.040mm	0.0367mm	8.25%
	0.085mm	0.0911mm	7.17%
	0.117mm	0.1129mm	3.50%
紅光雷射	0.040mm	0.0415mm	4.25%
	0.085mm	0.0771mm	6.11%
	0.117mm	0.1120mm	4.27%

利用紅光雷射與綠光雷射照射單狹縫發現紅光雷射與綠光雷射的中央亮紋約為其他亮紋之兩倍，而亮度會隨著狹縫的間距、狹縫至屏幕的距離與擴散的距離而迅速衰減，且亮紋之長度與波長成正比、與屏幕之距離成正比但與狹縫的寬度成反比，如圖十(a)(b)(c)(d)所示，而使用一般量測方式所計算出波長與實際波長之誤差值，應是量測亮紋距離時之誤差，與當狹縫寬度較小且至屏幕距離較遠時其亮度不足所照成之量測誤差。

利用CCD Sensor System量測中央亮紋長度( $x$ )，如圖十一(a)(b)，再建立回歸曲線，其好處比一般直接量測更多，除了可以減少雷射對眼睛的傷害，亦可減少人為因素判斷錯誤，且程序上亦較簡便，因CCD Sensor System可直接從電腦螢幕直接擷取所要的長度，再經換算由實際比例與所擷取之比例求出所差之倍數，換算出來之數據比直接量取更準確。



圖十 (a) 縫寬度為0.073mm 之紅光繞射 (一)



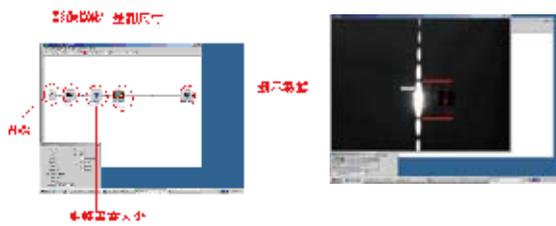
圖十 (b) 縫寬度0.066mm 之綠光繞射 (二)



圖十 (c) 縫寬度為0.032mm 之紅光繞射 (三)



圖十 (d) 狹縫寬度0.032mm 之綠光繞射 (四)



圖十一 (a) CCD SENSOR SYSTEM 圖十一 (b) CCD SENSOR SYSTEM

## 五、結論

本研究擷取中央亮紋總長度，成功建立回歸曲線公式，並用不同狹縫寬度量取中央亮紋長度加以驗證，結果顯示中央亮紋會隨狹縫之間距變化而成比例成長。單狹縫繞射條紋的亮度，則會隨偏離中央線角度增大而迅速減小，亮帶的寬度和照射單狹縫的光波波長及狹縫至光屏的距離成正比，而與狹縫寬度成反比；當狹縫寬度遠大於雷射波長時，由於繞射角度 $\theta$ 很小，各亮帶之間緊接在一起，光屏上將僅見到狹縫被照明的幾何形狀。

經由本研究發現，單狹縫光學應變規提供了另一種量測應變的方法，不需使用昂貴的元件，且架設容易，屬於非接觸式的量測，如果刀片選用與待測物相同的材質，則可獲得自動溫度補償，日後可擴及應用於高溫環境的檢測工作，如監視晶片封裝過程所產生的變形。

## 參考文獻

1. 林宸生。1993。光電精密量測。全欣資訊。
2. 無名氏。2000。應變規原理探討。三聯科技技術文件。台北：三聯科技。
3. Francis A. Jenkins and Harvey E. White (1976) Fundamentals of Optics. Fourth edition, P316 ~ 322。
4. Francis A. Jenkins and Harvey E. White (1976) Fundamentals of Optics Fourth edition P339 ~ 341
5. Henry E. Dudeney, Amusements in Mathematics, New York, Dover, 1970.
6. David Wells, The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers, London, Penguin Books, 1997.
7. Perry, C.C. and H.R. Lissner. 1962. The Strain Gage Primer. 3rd ed., 234-236. New York: McGraw-Hill.
8. Young, W.C. 1989. Roark's Formulas for Stress and Strain. 6th ed., 122-130. New York: McGraw-Hill.

9. Chang, R. S. "Error Analysis of High Camera by Interferometer, Laser Reflected Spot and Testing Chart Method", Proceedings of SPIE, vol. 348, pp922-923 15th International congress on high speed photography and photonics, Aug. 21, 19.
10. Chang, R.S., "The measurement of seeker's aiming point by high speed TV camera", Proceeding of SPIE, Vol. 674, 17th International congress on high speed photography and photonics, 1-5 September 1986, Pretoria, Republic of South Africa.